

ANEXO I - Algunos elementos sobre tratamiento de incertezas experimentales, cifras significativas, tablas, gráficos y esquemas.

Medir implica comparar una cantidad de una magnitud con otra cantidad de la misma magnitud fijada arbitrariamente como unidad.

Por ejemplo, medir una distancia significa establecer el número de veces que la cantidad considerada unidad de longitud (metro, centímetro, pulgada, etc.) está contenida en dicha distancia. Surge así un número adimensionado que recibe el nombre de medida de dicha cantidad.

El valor de la cantidad es un número dimensionado o concreto que se obtiene indicando a continuación de la medida (número adimensionado o abstracto) la unidad utilizada.

$$\text{valor de la cantidad} = \text{medida} \times \text{unidad}$$

No existen métodos ni instrumentos que permitan medir sin incerteza alguna una cantidad de una magnitud física.

Podemos medir, por ejemplo, la carga del electrón con una incerteza tanto menor cuanto mejor sea el método y el instrumental que empleamos para hacerlo, pero en ningún caso podremos medir la "verdadera" carga del electrón sin incerteza. Más aún, si una misma cantidad es medida repetidas veces, utilizando el mismo instrumental y el mismo método, a pesar del cuidado que se ponga al hacerlo, es posible que se obtenga una serie de números que difieren levemente entre sí.

Como consecuencia de esto podemos decir que el "valor verdadero" de una cantidad no tiene sentido físico.

Queremos destacar que dar simplemente un número como medida de una cantidad, sin precisar la incerteza de que está afectado, no tiene sentido.

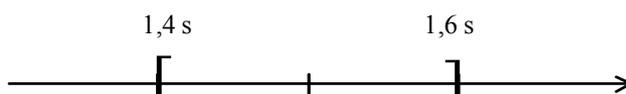
Por lo tanto, **el resultado de una medición consta de tres partes: la medida de la cantidad, la unidad en que esa medida está expresada y la incerteza absoluta que la afecta.**

En un proceso de medición a lo sumo podemos aspirar a determinar el valor representativo de la cantidad e indicar los límites posibles de la incerteza de la misma. La incerteza define un intervalo alrededor del valor representativo dentro del cual, de acuerdo al método y al instrumental utilizado, se encuentra el valor de la cantidad.

Supongamos, para ejemplificar, que medimos el período de un péndulo simple y obtenemos el siguiente resultado:

$$T_1 = (1,5 \pm 0,1) s$$

Gráficamente podemos representar este resultado de la siguiente manera:

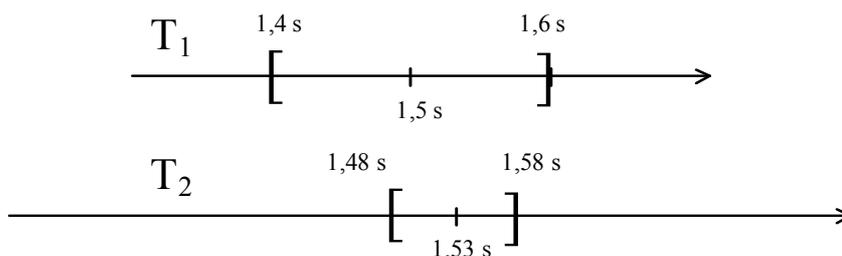


El valor de la cantidad se encuentra comprendido entre 1,4 s y 1,6 s, lo que implica que cualquier número real incluido en este intervalo representa igualmente bien al período del péndulo.

Si ahora se dispone de otras dos mediciones del período del mismo péndulo:

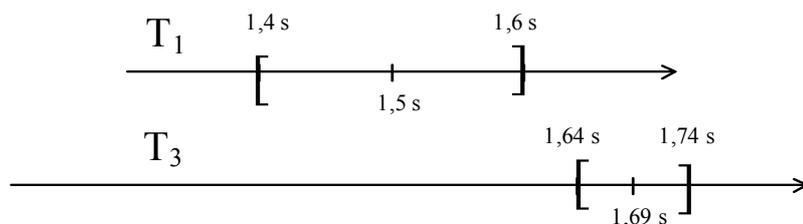
$$T_2 = (1,53 \pm 0,05) s \quad ; \quad T_3 = (1,69 \pm 0,05) s$$

y las graficamos junto con T1 utilizando la misma escala,



Como los intervalos de indeterminación tienen puntos comunes consideraremos que T1 y T2 representan mediciones de la misma cantidad.

En el caso de T3,



como los intervalos de indeterminación no tienen puntos comunes no se puede asegurar si T3 corresponde o no a la medición del mismo período. **Tomaremos como criterio que dos medidas son iguales si los intervalos de indeterminación tienen más de un punto en común.**

Las incertezas pueden clasificarse de acuerdo a su origen en:

a) Incertezas que tienen su origen en el instrumento de medición.

Entre ellas, la más común es la llamada apreciación del instrumento, que corresponde a la mínima variación en la medida que el observador puede distinguir con ese instrumento. Otro ejemplo es la incerteza asociada a la calibración del instrumento.

b) Incertezas que tienen origen en la interacción entre el observador y el método de medición. Como un ejemplo podríamos citar el tiempo de reacción.

c) Incertezas que tienen origen en el objeto a medir, por ejemplo en el hecho de que los objetos no están definidos con infinita precisión.

Otra clasificación distingue entre:

I) **Incertezas sistemáticas:** afectan las medidas en valores prácticamente iguales y del mismo signo y pueden y deben ser eliminadas. Se originan en:

- a) una deficiente calibración del instrumento de medición
- b) la utilización de un instrumento con error de cero
- c) el empleo de un instrumento apto pero inconveniente para la medición que se realiza
- d) la utilización de una teoría defectuosa

II) **Incertezas accidentales:** afectan a las medidas en más o en menos con igual probabilidad, son responsables de las dispersiones que se comprueban al medir varias veces una misma cantidad, con el mismo instrumento y en las mismas condiciones. Están presentes en todas las mediciones y no es posible eliminarlas. Pueden originarse en:

- a) apreciación del observador al realizar la lectura del instrumento de medición
- b) pequeñas variaciones de las condiciones ambientales que afectan a la cantidad que se mide o al instrumento de medición
- c) factores desconocidos o conocidos de imposible control

La teoría de la medida utiliza **medidas afectadas solamente por incertezas accidentales** y determina el tratamiento matemático para lograr el valor representativo, su límite posible de incerteza y la precisión de la medida.

Para ello se procede a repetir un número razonable de veces la medida de la cantidad con el mismo instrumento y en las mismas condiciones experimentales. De esta manera las incertezas accidentales aparecerán distribuidas al azar pudiéndolas tratar estadísticamente.

a) Valor representativo de una cantidad

Medida la cantidad como indicamos anteriormente y reteniendo sólo las medidas que merezcan la **misma fe** consideraremos como valor representativo de la cantidad medida (x_p) la media aritmética de los valores obtenidos.

Si los valores obtenidos son $x_1, x_2, x_3, x_4, \dots$, etc. el valor representativo será

$$x_p = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + \dots + x_n}{n}$$

Simbólicamente

$$x_p = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

b) Incertezas residuales o desviaciones

Se llama así a la diferencia entre el valor representativo y cada uno de los valores obtenidos.

$$\varepsilon_i = x_p - x_i$$

c) Incerteza absoluta del valor representativo

Fijaremos como criterio considerar la incerteza residual de mayor valor absoluto, que designaremos ε y lo afectaremos de doble signo. El resultado se expresará

$$x = x_p \pm \varepsilon$$

La incerteza absoluta establece la “aproximación” del resultado y se expresa en las mismas unidades que el valor representativo.

d) Incerteza relativa

Es el cociente entre la incerteza absoluta y el valor representativo

$$e_p = \frac{\varepsilon_p}{x_p}$$

La incerteza relativa indica la “precisión” de la medida.

Por tratarse de un cociente entre valores expresados en las mismas unidades la incerteza relativa resulta adimensional.

En muchos casos es más cómodo expresar la incerteza relativa en forma porcentual para lo cual simplemente se multiplica la incerteza relativa por 100 y de esa manera sabemos el porcentaje de esta incerteza con respecto al valor de la medición.

Ejemplo: Supongamos que queremos determinar la masa de un cuerpo utilizando una balanza cuya apreciación es de 1g. Realizamos 10 mediciones sucesivas de la misma cantidad obteniendo los siguientes resultados:

Masa (g)	Valor representativo (g)	Incertezas residuales o desviaciones (g)	Incerteza absoluta de la masa (g)
123	120,8	- 2,2	2,2
120		0,8	
120		0,8	
122		1,2	
123		- 2,2	
119		1,8	
121		- 0,2	
119		1,8	
121		- 0,2	
120		0,8	

En la primera columna tenemos los valores correspondientes a las 10 mediciones. En la segunda columna indicamos el promedio de dichos valores que constituye el valor representativo de la cantidad. En la tercer columna figuran las desviaciones o incertezas residuales que se obtienen restando al valor representativo, el valor de cada medición. En la cuarta columna figura la incerteza absoluta que se obtiene considerando la máxima desviación en valor absoluto y asignándole doble signo.

Se obtiene así la cota superior e inferior de la incerteza que constituye el intervalo de indeterminación. La masa del cuerpo se expresará

$$m = (120,8 \pm 2,2)g$$

Hasta ahora hemos indicado como asignar la incerteza absoluta a una medición.

La incerteza absoluta está expresada en las mismas unidades que hemos elegido para el valor de la cantidad medida y nos proporciona la aproximación alcanzada en la medición, característica del instrumental y el método experimental utilizado.

En nuestro ejemplo la incerteza relativa o precisión de la medida será

$$e_r = \frac{2,2 \text{ g}}{120,8 \text{ g}} \quad \Rightarrow \quad e_r = 0,018$$

$$e\% = 1,8 \%$$

Medición directa: se denomina así a la operación de lectura de un instrumento aplicado a medir determinada cantidad de una magnitud por ejemplo cuando se determina una distancia utilizando una cinta métrica, la masa de un cuerpo con una balanza, la intensidad de una corriente con un amperímetro, etc.

Para determinar el valor representativo y su incerteza deberá proceder como se indicó anteriormente.

Si se realiza una sola medición de una magnitud física, la incerteza involucrada se conoce como **incerteza instrumental**. El criterio a seguir para determinarla será considerar como base de la incerteza de la medición directa la mínima división del instrumento utilizado y las condiciones bajo las cuales se realizó la medición.

Por ejemplo disponemos de una cinta métrica graduada en milímetros para medir una longitud. Supongamos que la longitud se encuentra entre 83mm y 84mm. Si la longitud está acotada entre dos líneas finas el resultado de la medición sería

$$l = (83 \pm 1) \text{ mm}$$

Este criterio se basa en el hecho que, a lo sumo el instrumento me permite distinguir un milímetro, es decir no "ve" menos de su mínima división.

Si por ejemplo los límites del objeto a medir no estuvieran bien determinados habría que analizar si se consideran 2 ó 3 mm como incerteza de la medición.

Puede ocurrir en algún caso que al repetir varias veces la medición directa de una magnitud, se obtenga siempre el mismo resultado. Por ejemplo, si se mide la longitud de un hilo y se obtienen los siguientes resultados: $l_1 = (28,0 \pm 0,1) \text{ cm}$ y $l_2 = (27,9 \pm 0,1) \text{ cm}$, estos deben considerarse como iguales. En estos casos se asignará a la medida la incerteza instrumental, pudiendo tomarse como valor representativo cualquiera de los obtenidos.

Medición indirecta: no siempre es posible realizar la medición directa de la cantidad deseada. En muchos casos se miden otras cantidades en forma directa y luego mediante una expresión matemática adecuada se calcula la cantidad deseada. Una medición indirecta involucra siempre al menos una medición directa en el proceso de su obtención.

Por ejemplo la medición indirecta del volumen de una esfera a partir de la medición directa de su diámetro o la superficie de un triángulo a partir de la medición directa de la base y de la altura.

El problema es determinar en cuánto afecta a la medición indirecta las incertezas implícitas en las medidas directas efectuadas.

El procedimiento que se sigue para responder a esta inquietud, es conocido como propagación de incertezas.

Es posible demostrar que:

a) La incerteza absoluta de una suma o de una resta se obtiene sumando las incertezas absolutas de las medidas utilizadas.

$$\text{Ej: si } X = a + b \Rightarrow \varepsilon X = \varepsilon a + \varepsilon b$$

$$\text{si } Y = a - b \Rightarrow \varepsilon Y = \varepsilon a + \varepsilon b$$

b) La incerteza relativa de un producto o de un cociente se obtiene sumando las incertezas relativas de las medidas utilizadas.

$$\text{Ej: si } X = a * b \Rightarrow eX = ea + eb$$

$$\text{si } Y = \frac{a}{b} \Rightarrow eY = ea + eb$$

c) Potencia y radicación:

La incerteza relativa de una potencia se obtiene multiplicando la incerteza relativa de la base por el exponente de la potencia.

Ej: si $X = a^n \Rightarrow eX = n ea$

La incerteza relativa de una raíz se obtiene dividiendo la incerteza relativa de la cantidad subradical por el índice de la raíz.

Ej: si $Y = \sqrt[n]{a} \Rightarrow eY = \frac{1}{n} ea$

Cifras significativas:

Como dijimos antes, el resultado de una medición consta de: la medida de la cantidad, la unidad en que está expresada y su incerteza absoluta. En este curso de física experimental adoptaremos la convención de utilizar como máximo dos cifras significativas en la incerteza. Esto significa que, una vez obtenida la incerteza de una cantidad, sólo consideraremos la primer cifra distinta de cero en el mismo y la cifra siguiente a ésta, redondeando y despreciando las demás. El valor medido se expresa entonces con la misma cantidad de cifras decimales que hayan conservado en la incerteza.

Para ejemplificar, supongamos que medimos indirectamente el volumen de un cilindro, obteniendo las siguientes incertezas para las diferentes cantidades medidas:

CANTIDAD	VALOR REPRESENTATIVO	INCERTEZA ABSOLUTA	RESULTADO
Diámetro de la base	5,4 cm (med. directa)	0,11 cm	$d = (5,40 \pm 0,11)cm$
Altura	10,1 cm (med. directa)	0,12 cm	$h = (10,10 \pm 0,12)cm$
Superficie de la base	22,90221 cm ² (med. indirecta)	0,933 cm ² (propagación)	$S = (22,90 \pm 0,93)cm^2$
Volumen	231,29 cm ³ (med. indirecta)	12,170 cm ³ (propagación)	$V = (231 \pm 12)cm^3$

El procedimiento de redondeo que habitualmente se utiliza consiste en considerar a las cifras menores que 5 como un cero y despreciarlas, mientras que cifras mayores o iguales que 5 son consideradas como 10, es decir, le suman uno a la cifra anterior. Ejemplo: 0,05134 se expresa 0,051; 0,155 se expresa 0,16; 0,001092 se expresa 0,0011; 0,998 se expresa 1,0.

Observación: cuando deba utilizar el número π , considerar el valor que le suministra la calculadora cuya incerteza, por contener una cantidad considerable de cifras decimales, puede despreciarse.